

## Examen Final Libre

**Apellido y Nombre:**

-----

**Mail:**

**LU:**

-----

1.
  - a) Dar la ecuación de la elipse  $\mathcal{E}$  que pasa por los puntos  $P_1(-1, 4)$  y  $P_3(-1, -2)$ , su centro está sobre la recta  $x = -3$  y la longitud de su eje horizontal es  $4\sqrt{2}$ .
  - b) Dar la ecuación de la parábola  $\mathcal{P}$  que pasa por los puntos  $P_1$  y  $Q(0, 9)$  y su eje focal está sobre el *eje mayor* de  $\mathcal{E}$ .
  - c) Hallar el ángulo entre las rectas tangentes a  $\mathcal{E}$  y  $\mathcal{P}$  en el punto  $P_1$ .
  - d) Graficar  $\mathcal{E}$ ,  $\mathcal{P}$ , las tangentes, y los focos correspondientes a cada curva.
  
2. Considere la función  $y = \sin(x)e^x$ 
  - a) Hallar el área limitada por la curva y el eje  $x$  para  $0 \leq x \leq 2\pi$ .
  - b) Graficar.
  
3. Sea  $\pi_1$  el plano que tiene trazas  $\text{tr}_1 : x + y = 1$  y  $\text{tr}_2 : y - \frac{z}{2} = 1$ .
  - a) Dar la ecuación simétrica de la recta  $L$  perpendicular a  $\pi_1$  y que pasa por  $P_0(3, -1, 2)$ .
  - b) Dar la ecuación segmentaria de un plano  $\pi_2$ , que sea perpendicular a  $\pi_1$  y que tenga la misma traza que  $\pi_1$  sobre el plano coordenado  $xz$ .
  
4. a) Dar la ecuación del hiperboloide  $\mathcal{H}$  de una hoja, con centro en  $C(-1, -2, 0)$ , que tiene traza  $\mathcal{T} : \frac{(y+2)^2}{9} + \frac{z^2}{16} = 1$  sobre el plano  $x = -1$  y pasa por el punto  $P(0, \frac{3\sqrt{5}}{2} - 2, 0)$ .
  - b) Indicar respecto de cuál plano coordenado la superficie presenta simetría. Justificar.
  - c) Graficar la cuádrica, su eje, y la traza señalada.
  
5. Sea  $S$  la cuádrica simétrica respecto del plano  $xz$  y del plano  $xy$ , que pasa por el origen y los puntos  $P_1(2, 1, 2)$ ,  $P_2(-1, 1, 1)$  y  $P_3(0, 0, 2)$ .
  - a) Dar la ecuación de  $S$ .
  - b) Indicar el tipo de superficie y graficar.
  - c) Graficar la traza con el plano  $xy$  indicando todos los elementos de la cónica resultante.

6. Considere la superficie de revolución  $S : r^2 \sin^2(\theta) = 1 - r \cos(\theta)$  dada en coordenadas esféricas.
- Expresar  $S$  en coordenadas cartesianas, indicando una curva generatriz  $\mathcal{C}$ .
  - Hallar el volumen del sólido limitado por  $S$  para  $z \geq 0$ .
  - Graficar.
7. a) Dar en coordenadas cilíndricas la ecuación del plano  $\pi$  que pasa por los puntos  $P_1(1, -1, 1)$  (cartesianas),  $P_2(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{\pi}{4}, 1)$  (cilíndricas) y  $P_3(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4})$  (esféricas).
- b) Indicar sus trazas.

**Justificar todas las respuestas.**

**Hojas entregadas:**

**Firma:**