# Examen Final Libre

**Apellido y Nombre:**

**Mail:** **LU:**

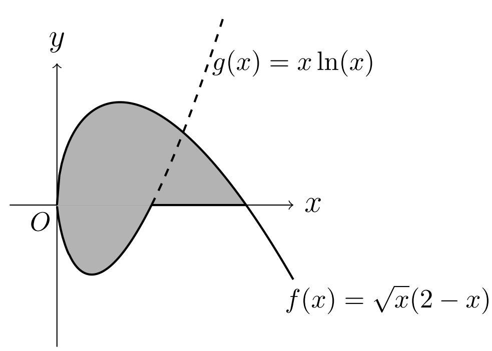
1. Sea $\mathcal{C}$ la elipse con foco $F_1(1,4)$ y centro $C(1,2)$, que pasa por $P(4,0)$.
   a) Dar la ecuación cartesiana de $\mathcal{C}$ y determinar en qué puntos corta al eje $x$.
   b) Dar la ecuación de la parábola $\mathcal{P}$ que corta al eje $x$ en los mismos puntos que $\mathcal{C}$ y su vértice coincide con el centro de $\mathcal{C}$. Determinar el foco de $\mathcal{P}$.
   c) Dar la expresión segmentaria de la tangente de $\mathcal{C}$ en el punto $P$.
   d) Graficar $\mathcal{C}$, $\mathcal{P}$, los focos, la directriz de $\mathcal{P}$ y la tangente.

2. $\pi_1$ y $\pi_2$ son dos planos perpendiculares, que comparten la traza $\operatorname{tr} xy : 2x + 3y - 1 = 0$ y además $\pi_1$ pasa por $P(2,0,1)$.
   a) Dar la ecuación segmentaria de $\pi_1$ y $\pi_2$.
   b) Determinar las trazas de $\pi_2$. Graficar los planos, marcando la traza común, y los vectores normales $\mathbf{n}_1$ y $\mathbf{n_2}$.

3. Dar una ecuación del plano $\pi_3$ perpendicular a $\pi_1$ y $\pi_2$ del ejercicio anterior, y que pase por $P(2,0,1)$.

4. a) Dar la ecuación de la cuádrica $S$ con centro $C(1, y_0, 1)$, que pasa por $P(1,1,1)$, y su traza con el plano $\pi : z = 3$ es la cónica $\mathcal{C} : 4x^2 + 3y^2 - 8x - 6y - 1 = 0$.
   b) Determinar el tipo de cuádrica, su centro, e indicar si tiene simetría respecto de algún plano coordenado. Justificar.
   c) Graficar la superficie $S$ y sus trazas con los planos coordenados, indicando qué tipo de cónicas son.

5. Determinar el área de la región pintada en gris. Justificar.



6. Considere la siguiente la superficie de revolución $S : x^2 + y^2(y^2 - 1) + z^2 = 0$.

   a) Determinar el eje de rotación y una curva generatriz $\mathcal{C}$.

   b) Determinar el volumen del sólido limitado por $S$.

   c) Graficar la superficie y la curva $\mathcal{C}$.

7. Considerar la siguiente superficie en coordenadas esféricas($\theta$ es el ángulo polar, y $\varphi$ el azimut).

   $$S : r\big(1 + \cos^2(\theta) - 3\sin^2(\theta)\sin^2(\varphi)\big) = \frac{14}{r} + 2\big(\sin(\theta)\cos(\varphi) + 8\sin(\theta)\sin(\varphi) + 6\cos(\theta)\big).$$

   a) Determinar el tipo de cuádrica y una expresión cartesiana.

   b) Indicar si $S$ tiene centro, y en tal caso, expresarlo en coordenadas cilíndricas.

   c) Graficar la superficie y su traza con el plano $xz$.

**Justificar todas las respuestas.**

**Hojas entregadas:** **Firma:**