

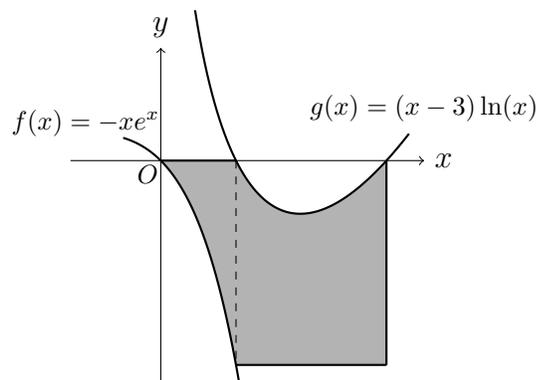
Examen Final Libre - Tema 1

Apellido y Nombre:

Mail:

LU:

1. Sea \mathcal{E} la elipse con centro $C(2, 1)$, un foco en $F_1(5, 1)$ y que pasa por $P_1(2, 4)$.
 - a) Dar la ecuación de \mathcal{E} y determinar en qué puntos corta al eje x .
 - b) Dar la ecuación de la parábola \mathcal{P} que corta al eje x en los mismos puntos que \mathcal{E} y su vértice coincide con el centro de la elipse. Determinar el foco de \mathcal{P} .
 - c) Sea Q el punto derecho donde se cortan \mathcal{E} y \mathcal{P} . Dar la expresión segmentaria de la tangente de \mathcal{E} en dicho punto.
 - d) Graficar \mathcal{E} , \mathcal{P} , los focos, la directriz de \mathcal{P} y la tangente.
2. Sea π_1 el plano con traza $tr\ xz : 2x - z = 1$, que pasa por $P_1(1, -1, 3)$. Y sea π_2 el plano perpendicular a π_1 , que pasa por P_1 y $P_2(0, -2, 2)$.
 - a) Dar la ecuación segmentaria de π_1 y π_2 .
 - b) Determinar las trazas de π_2 . Graficar las trazas, y los vectores normales \mathbf{n}_1 y \mathbf{n}_2 .
3. Dar una ecuación del plano π_3 perpendicular a π_1 y π_2 del ejercicio anterior, y que también pasa por P_1 .
4.
 - a) Dar la ecuación de la cuádrica S con centro $C(2, 1, 3)$, que pasa por $P(0, 1, -1)$, y su traza con el plano $\pi : z = 3$ es la elipse $\mathcal{C} : 2x^2 + \frac{1}{2}y^2 - 8x - y + \frac{15}{2} = 0$.
 - b) Determinar el tipo de cuádrica e indicar si tiene simetría respecto de algún plano coordenado. Justificar.
 - c) Graficar la superficie S y sus trazas con los planos coordenados, indicando qué tipo de cónicas son.
5. Determinar el área de la región pintada en gris. Justificar



6. Sea la superficie de revolución $S : x^2 + y^2 - \sqrt{2}z + z = 0$.
- Determinar el eje de rotación y una curva generatriz \mathcal{C} .
 - Determinar el volumen del sólido limitado por S .
 - Graficar la superficie y la curva \mathcal{C} .
 - Dar la ecuación de la superficie en coordenadas esféricas.
7. Sea $S : 3r^2 \sin^2 \theta \cos^2 \varphi + r^2 - 2r \sin \theta (4 \cos \varphi + \sin \varphi) + 4 = 0$ (coordenadas esféricas: θ es el ángulo polar, y φ el azimut).
- Determinar el tipo de cuádrica y una expresión cartesiana.
 - Indicar si S tiene centro, y en tal caso, expresarlo en coordenadas cilíndricas.
 - Graficar la superficie y su traza con el plano xz .

Justificar todas las respuestas.

Hojas entregadas:

Firma: