

## Examen Final Libre

**Apellido y Nombre:**

-----

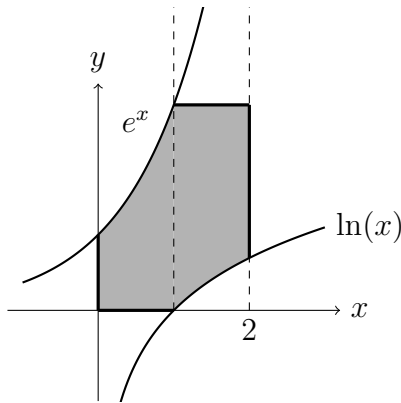
**Mail:**

**LU:**

-----

1. Sea  $\mathcal{E}$  la elipse que tiene vértices en  $P_1(-3, 1)$  y  $P_2(-1, 4)$  (con término rectangular nulo).
  - a) Dar la ecuación de la elipse, determinar en qué puntos corta al eje  $y$ .
  - b) Dar la ecuación de la parábola  $\mathcal{P}$  que corta al eje  $y$  en los mismos puntos que  $\mathcal{E}$  y su vértice coincide con el centro de la elipse.
  - c) Sea  $Q$  el punto superior donde se cortan  $\mathcal{E}$  y  $\mathcal{P}$ . Dar la ecuación simétrica de la tangente a  $\mathcal{E}$  y la segmentaria de la tangente de  $\mathcal{P}$  en dicho punto.
  - d) Graficar  $\mathcal{E}$ ,  $\mathcal{P}$ , los focos, la directriz de  $\mathcal{P}$  y las tangentes.
  
2. Sea  $\pi_1$  el plano que pasa por los puntos  $P_1(1, 0, -1)$ ,  $P_2(2, -1, 3)$  y  $P_3(2, 1, 1)$ , y sea  $\pi_2$  el plano que pasa por  $P_1$  y  $P_2$  y es perpendicular a  $\pi_1$ .
  - a) Dar la ecuación segmentaria de  $\pi_1$ .
  - b) Determinar las trazas de  $\pi_2$ .
  - c) Calcular la distancia de  $P_3$  a  $\pi_2$ .
  
3.
  - a) Dar la ecuación de la cuádrica  $\mathcal{S}$  (con términos mixtos nulos), que pasa por los puntos  $P_1(1, 2, 2)$  y  $P_2(2, -1, -2)$ , y su traza con el plano coordenado  $xy$  es la parábola  $\mathcal{C} : x^2 - 2x + y + 1 = 0$ .
  - b) Determinar el tipo de cuádrica. Justificar.
  - c) Graficar la superficie  $\mathcal{S}$  y sus trazas, indicando qué tipo de cónicas son.
  
4. Considere los siguientes puntos  $P_1(1, \frac{\pi}{2}, 3)$  (cilíndricas)  $P_2(2\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$  (esféricas),  $P_3(\frac{1}{2}, 0, 0)$  (esféricas) y  $P_4(2, -1, 2)$  (cartesianas).
  - a) Determinar si los cuatro puntos pertenecen a un mismo plano. Justificar.
  - b) En caso afirmativo, dar la ecuación de dicho plano. Caso contrario, dar el volumen del paralelepípedo con vértices en los puntos.
  - c) Graficar los puntos y las trazas del plano, o el paralelepípedo.
  
5. Sea la superficie de revolución  $S : x^2 + y^2 + z^4 - z^2 = 0$ .
  - a) Determinar el eje de rotación y una curva generatriz  $\mathcal{C}$ .
  - b) Determinar el volumen del sólido limitado por  $S$ .
  - c) Graficar la superficie, el sólido y la curva  $\mathcal{C}$ .

- d) Dar la ecuación de la superficie en coordenadas esféricas.
6. Determinar el área de la región pintada en gris. Justificar



7. Considere la cuádrica  $\mathcal{S} : x^2 + y^2 - z^2 + 2x - 3y + 5z - 12 = 0$
- Determinar su centro  $C$ .
  - Expresar  $\mathcal{S}$  y  $C$  en coordenadas esféricas.
  - Expresar en coordenadas cilíndricas la ecuación segmentaria del plano que pasa por  $P_1(0, 1, 0)$  (cartesianas),  $P_2(-2, 3, 1)$  (cartesianas) y  $C$ .

**Justificar todas las respuestas.**

**Hojas entregadas:**

**Firma:**