

Examen Final Libre

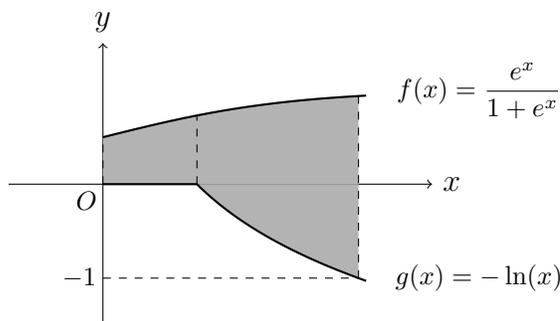
Apellido y Nombre:

Mail:

LU:

¿Inscrito en esta mesa? (si o no):

- Sea \mathcal{C} la cónica cuya ecuación polar es $\mathcal{C} : r^2(1 + \sin^2 \theta) - 4r(\cos \theta + \sin \theta) - 12 = 0$.
 - Dar la ecuación cartesiana de \mathcal{C} y determinar en qué puntos corta al eje x .
 - Dar la ecuación de la parábola \mathcal{P} que corta al eje x en los mismos puntos que \mathcal{C} y su vértice coincide con el centro de \mathcal{C} . Determinar el foco de \mathcal{P} .
 - Sea Q el punto derecho donde se cortan \mathcal{C} y \mathcal{P} . Dar la expresión segmentaria de la tangente de \mathcal{C} en dicho punto.
 - Graficar \mathcal{C} , \mathcal{P} , los focos, la directriz de \mathcal{P} y la tangente.
- Sean π_1 y π_2 dos planos perpendiculares, con la misma traza $\text{tr } yz : 2y - z + 1 = 0$, y además π_1 pasa por $P(\frac{1}{2}, -1, 0)$.
 - Dar la ecuación segmentaria de π_1 y π_2 .
 - Determinar las trazas de π_2 . Graficar las trazas, y los vectores normales \mathbf{n}_1 y \mathbf{n}_2 .
- Dar una ecuación del plano π_3 perpendicular a π_1 y π_2 del ejercicio anterior, y que también pase por P .
- Dar la ecuación de la cuádrica S con centro $C(x_0, y_0, -1)$, que pasa por $P(3, 0, 2)$, y su traza con el plano $\pi : z = -2$ es la cónica $\mathcal{C} : x^2 - 3y^2 - 6x - 6y + 6 = 0$.
 - Determinar el tipo de cuádrica, su centro, e indicar si tiene simetría respecto de algún plano coordenado. Justificar.
 - Graficar la superficie S y sus trazas con los planos coordenados, indicando qué tipo de cónicas son.
- Determinar el área de la región pintada en gris. Justificar.



6. Sea la superficie de revolución $S : x^2 + z^2 + y - \sqrt[3]{5y} = 0$.
- Determinar el eje de rotación y una curva generatriz \mathcal{C} .
 - Determinar el volumen del sólido limitado por S para $0 \leq y$.
 - Graficar la superficie y la curva \mathcal{C} .
7. Sea la siguiente superficie $S : 2r \sin^2 \theta (\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi) + r \cos^2 \theta = 2 \cos \theta$ (coordenadas esféricas: θ es el ángulo polar, y φ el azimut).
- Determinar el tipo de cuádrica y una expresión cartesiana.
 - Indicar si S tiene centro, y en tal caso, expresarlo en coordenadas cilíndricas.
 - Graficar la superficie y su traza con el plano xz .

Justificar todas las respuestas.

Hojas entregadas:

Firma: