Examen Final Regular - Tema I

Apellido y Nombre:

Mail: **LU:**

1. Sea $\mathcal{E}$ la elipse con centro $C(2,1)$, un foco en $F_1(5,1)$ y que pasa por $P_1(2,4)$.
   a) Dar la ecuación de $\mathcal{E}$ y determinar en qué puntos corta al eje x.
   b) Dar la ecuación de la parábola $\mathcal{P}$ que corta al eje x en los mismos puntos que $\mathcal{E}$ y su vértice coincide con el centro de la elipse. Determinar el foco de $\mathcal{P}$.
   c) Sea Q el punto derecho donde se cortan $\mathcal{E}$ y $\mathcal{P}$. Dar la expresión segmentaria de la tangente de $\mathcal{E}$ en dicho punto.
   d) Graficar $\mathcal{E}$, $\mathcal{P}$, los focos, la directriz de $\mathcal{P}$ y la tangente.
2. Sea π_1 el plano con traza $\operatorname{tr} xz : 2x - z = 1$, que pasa por $P_1(1,-1,3)$. Y sea π_2 el plano perpendicular a π_1, que pasa por P_1 y $P_2(0,-2,2)$.
   a) Dar la ecuación segmentaria de π_1 y π_2.
   b) Determinar las trazas de π_2. Graficar las trazas, y los vectores normales $\mathbf{n}_1$ y $\mathbf{n_2}$.
3. a) Dar la ecuación de la cuádrica S con centro $C(2,1,3)$, que pasa por $P(0,1,-1)$, y su traza con el plano $\pi : z = 3$ es la elipse $\mathcal{C} : 2x^2 + \dfrac{1}{2}y^2 - 8x - y + \dfrac{15}{2} = 0$.
   b) Determinar el tipo de cuádrica e indicar si tiene simetría respecto de algún plano coordenado. Justificar.
   c) Graficar la superficie S y sus trazas con los planos coordenados, indicando qué tipo de cónicas son.
4. Sea la superficie de revolución $S : x^2 + y^2 - \sqrt{2z} + z = 0$.
   a) Determinar el eje de rotación y una curva generatriz $\mathcal{C}$.
   b) Determinar el volumen del sólido limitado por S.
   c) Graficar la superficie y la curva $\mathcal{C}$.
   d) Dar la ecuación de la superficie en coordenadas esféricas.

Justificar todas las respuestas.

Hojas entregadas: **Firma:**