Examen Final Regular

Apellido y Nombre:

Mail: **LU:**

¿Inscripto en esta mesa? (si o no):

---

1. Sea $\mathcal{C}$ la cónica cuya ecuación polar es $\mathcal{C} : r^2\big(1 + \sin^2\theta\big) - 4r(\cos\theta + \sin\theta) - 12 = 0$.
   a) Dar la ecuación cartesiana de $\mathcal{C}$ y determinar en qué puntos corta al eje x.
   b) Dar la ecuación de la parábola $\mathcal{P}$ que corta al eje x en los mismos puntos que $\mathcal{C}$ y su vértice coincide con el centro de $\mathcal{C}$. Determinar el foco de $\mathcal{P}$.
   c) Sea Q el punto derecho donde se cortan $\mathcal{C}$ y $\mathcal{P}$. Dar la expresión segmentaria de la tangente de $\mathcal{C}$ en dicho punto.
   d) Graficar $\mathcal{C}$, $\mathcal{P}$, los focos, la directriz de $\mathcal{P}$ y la tangente.

2. Sean π_1 y π_2 dos planos perpendiculares, con la misma traza tr $yz : 2y - z + 1 = 0$, y además π_1 pasa por $P(\frac{1}{2}, -1, 0)$.
   a) Dar la ecuación segmentaria de π_1 y π_2.
   b) Determinar las trazas de π_2. Graficar las trazas, y los vectores normales $\mathbf{n}_1$ y $\mathbf{n_2}$.

3. a) Dar la ecuación de la cuádrica S con centro $C(x_0, y_0, -1)$, que pasa por $P(3, 0, 2)$, y su traza con el plano $\pi : z = -2$ es la cónica $\mathcal{C} : x^2 - 3y^2 - 6x - 6y + 6 = 0$.
   b) Determinar el tipo de cuádrica, su centro, e indicar si tiene simetría respecto de algún plano coordenado. Justificar.
   c) Graficar la superficie S y sus trazas con los planos coordenados, indicando qué tipo de cónicas son.

4. Sea la superficie de revolución $S : x^2 + z^2 + y - \sqrt[3]{5y} = 0$.
   a) Determinar el eje de rotación y una curva generatriz $\mathcal{C}$.
   b) Determinar el volumen del sólido limitado por S para $0 \leq y$.
   c) Graficar la superficie y la curva $\mathcal{C}$.

Justificar todas las respuestas.

Hojas entregadas: **Firma:**