

## Trabajo Práctico No. 4: Integral definida. Áreas

1. Sabiendo que  $\int_2^5 f(x) dx = 4$ ,  $\int_2^9 f(x) dx = 6$  y  $\int_2^5 g(x) dx = 3$  calcule:

a)  $\int_2^5 (3f(x) + 2g(x)) dx$ ;                      c)  $\int_5^2 (f(x) - 1) dx$ ;

b)  $\int_2^5 (g(x) - \sqrt{2}f(x)) dx$ ;                      d)  $\int_5^9 f(x) dx$ .

2. Calcule las siguientes integrales:

a)  $\int_0^2 (4x - x^2) dx$                                       d)  $\int_{-\pi}^{\pi/2} \sin(x) dx$

b)  $\int_1^3 \left(\frac{1}{x} + 2\right) dx$                                       e)  $\int_1^5 \frac{1}{x} dx$

c)  $\int_{-1}^2 (x + e^{-x}) dx$

3. Calcule por sustitución las siguientes integrales:

a)  $\int_0^1 (2x^3 + 1)^7 x^2 dx$                                       c)  $\int_0^{\ln 5} e^x \sqrt{e^x - 1} dx$

b)  $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{2+3x^2}} dx$                                       d)  $\int_0^2 \frac{x}{x^2 - 9} dx$

4. Calcule por el método de integración por partes las siguientes integrales:

a)  $\int_0^{\pi/2} x \cos(x) dx$                                       c)  $\int_1^e x \ln(x) dx$

b)  $\int_0^1 x^2 e^x dx$                                       d)  $\int_0^1 x e^{2x} dx$

5. a) Estime el área bajo la gráfica de  $f(x) = \frac{1}{x}$  desde  $x = 1$  hasta  $x = 5$  con cuatro rectángulos de aproximación y tomando extremos derechos. Grafique  $f$  y los rectángulos de aproximación.

b) Mejore la estimación utilizando 8 rectángulos.

c) Compare los resultados con los del ejercicio 2e).

6. a) ¿Cuál es la interpretación geométrica de  $\int_a^b f(x) dx$  si  $f(x) \geq 0$ ? Represente gráficamente.

- b) A partir de la interpretación geométrica anterior, indique el valor de  $\int_0^2 2x \, dx$ .
- c) ¿Cuál es la interpretación geométrica de  $\int_a^b f(x) \, dx$  si  $f(x)$  toma valores positivos y negativos en  $[a, b]$ ? Represente gráficamente.
- d) A partir de la interpretación geométrica anterior, indique el valor de  $\int_0^{2\pi} \cos(x) \, dx$  y el valor de  $\int_0^{2\pi} |\cos(x)| \, dx$ .
7. Grafique y calcule el área de la región limitada por el gráfico de la función  $f$  y el eje  $x$  en el intervalo indicado:
- a)  $f(x) = 1 + \ln(x)$  en  $[1, e]$ ;
- b)  $f(x) = \sin(x)$  en  $[0, \frac{3\pi}{2}]$ ;
- c)  $f(x) = (x - 1)^3$  en  $[-1, 3]$ ;
- d)  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & \text{si } x \geq 2 \\ -x+3 & \text{si } x < 2 \end{cases}$  en  $[0, 5]$ .
8. Grafique y calcule el área de la región limitada por:
- a)  $f(x) = -x^2 + 2$ ,  $g(x) = x + 2$  y el eje  $x$ ,
- b)  $f(x) = |x + 4|$ ,  $x = -5$ , el eje  $x$  y el eje  $y$ ,
- c)  $f(x) = 6x - x^2$  y  $g(x) = x^2 - 2x$ ,
- d)  $f(x) = x + 6$ ,  $g(x) = x^3$  y  $h(x) = \frac{1}{2}x$ ,
- e)  $f(x) = e^x$ ,  $g(x) = e^{-x}$  y  $x = 1$ ,
- f)  $f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & \text{si } x \leq 1 \\ 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$ ,  $x = -1$ ,  $x = 3$  y el eje  $x$ .