

Trabajo Práctico No. 4: Integral definida. Áreas

1. Sabiendo que $\int_2^5 f(x) dx = 4$, $\int_2^9 f(x) dx = 6$ y $\int_2^5 g(x) dx = 3$ calcule:

a) $\int_2^5 (3f(x) + 2g(x)) dx$; c) $\int_5^2 (f(x) - 1) dx$;

b) $\int_2^5 (g(x) - \sqrt{2}f(x)) dx$; d) $\int_5^9 f(x) dx$.

2. Calcule las siguientes integrales:

a) $\int_0^2 (4x - x^2) dx$ d) $\int_{-\pi}^{\pi/2} \sin(x) dx$

b) $\int_1^3 \left(\frac{1}{x} + 2\right) dx$ e) $\int_1^5 \frac{1}{x} dx$

c) $\int_{-1}^2 (x + e^{-x}) dx$

3. Calcule por sustitución las siguientes integrales:

a) $\int_0^1 (2x^3 + 1)^7 x^2 dx$ c) $\int_0^{\ln 5} e^x \sqrt{e^x - 1} dx$

b) $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{2 + 3x^2}} dx$ d) $\int_0^2 \frac{x}{x^2 - 9} dx$

4. Calcule por el método de integración por partes las siguientes integrales:

a) $\int_0^{\pi/2} x \cos(x) dx$ c) $\int_1^e x \ln(x) dx$

b) $\int_0^1 x^2 e^x dx$ d) $\int_0^1 x e^{2x} dx$

5. a) Estime el área bajo la gráfica de $f(x) = \frac{1}{x}$ desde $x = 1$ hasta $x = 5$ con cuatro rectángulos de aproximación y tomando extremos derechos. Grafique f y los rectángulos de aproximación.

b) Mejore la estimación utilizando 8 rectángulos.

c) Compare los resultados con los del ejercicio 2e).

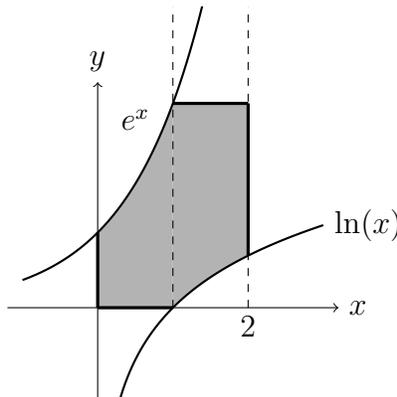
6. Grafique y calcule el área de la región limitada por el gráfico de la función f y el eje x en el intervalo indicado:

- a) $f(x) = 1 + \ln(x)$ en $[1, e]$;
- b) $f(x) = \sin(x)$ en $[0, \frac{3\pi}{2}]$;
- c) $f(x) = (x - 1)^3$ en $[-1, 3]$;
- d) $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & \text{si } x \geq 2 \\ -x+3 & \text{si } x < 2 \end{cases}$ en $[0, 5]$.

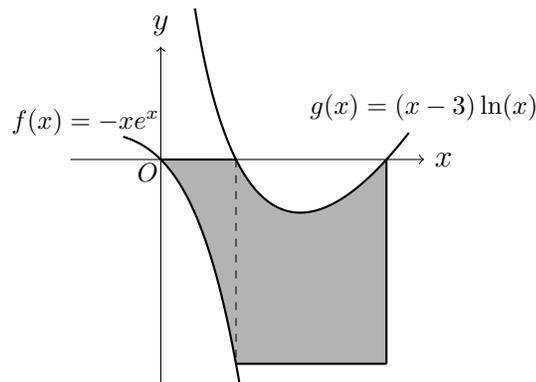
7. Grafique y calcule el área de la región limitada por:

- a) $f(x) = -x^2 + 2$, $g(x) = x + 2$ y el eje x ,
- b) $f(x) = |x + 4|$, $x = -5$, el eje x y el eje y ,
- c) $f(x) = 6x - x^2$ y $g(x) = x^2 - 2x$,
- d) $f(x) = x + 6$, $g(x) = x^3$ y $h(x) = \frac{1}{2}x$,
- e) $f(x) = e^x$, $g(x) = e^{-x}$ y $x = 1$,
- f) $f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & \text{si } x \leq 1 \\ 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$, $x = -1$, $x = 3$ y el eje x .

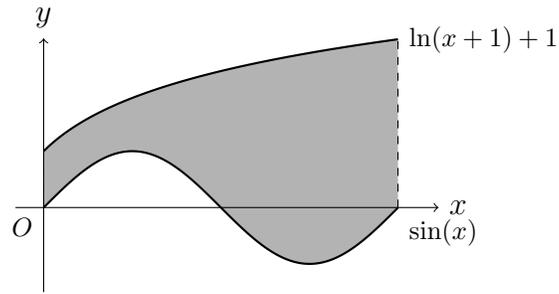
8. Determinar el área de la región pintada en gris. Justificar



9. Determinar el área de la región pintada en gris. Justificar



10. Determinar el área de la región pintada en gris. Justificar.



11. Determinar el área de la región pintada en gris. Justificar.

