

Trabajo Práctico No. 6: Planos. Posiciones relativas entre planos y rectas.

1. Escriba la ecuación de los siguientes planos:

- a) Perpendicular al vector $\mathbf{n} = (-1, 0, 1)$ que pase por el punto $P(4, 2, 0)$.
- b) Que contenga los puntos $P_0(-7, 1, 0)$, $P_1(2, -1, 3)$ y $P_2(1, -1, 0)$.
- c) Que pase por el punto $P(2, 3, 1)$ y es paralelo a los vectores $\mathbf{u} = (2, 1, 1)$ y $\mathbf{v} = (-3, 1, 0)$.
- d) Paralelo al plano $\pi : 5x - y + 3z - 1 = 0$ y pasa por el origen de coordenadas.
- e) Paralelo al plano coordenado yz , que pase por el punto $P(1, 2, 3)$.

2. Analice la intersección con los ejes coordenados y los planos coordenados en cada uno de los siguientes casos. Represente gráficamente:

- a) $z + 4 = 0$
- b) $x = -2$
- c) $3x + 6y - 12 = 0$
- d) $y + 4z - 16 = 0$
- e) $2x + 2y - z = 2$
- f) $3x + 6y + 3z - 24 = 0$

3. Dada la recta $r : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = 3 - t \end{cases}$ con $t \in \mathbb{R}$, halle las ecuaciones de los siguientes planos:

- a) Paralelo a r que pasa por el origen de coordenadas. ¿Es único?
- b) Perpendicular a r que pasa por el punto $P(-1, 3, 0)$.
- c) Que también contenga a la recta $r' : t(2, 1, 3) + (2, -1, 4)$.

4. Determinar el punto de intersección y el ángulo que forma la recta $r : \frac{x}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}$ con los siguientes planos:

- a) $\pi_1 : 3x + 2y - 2z - 1 = 0$.
- b) $\pi_2 : -x - y + z + 10 = 0$.
- c) $\pi_3 : 2x - 2y + z + 4 = 0$.

5. Hallar las intersecciones y el ángulo entre los planos del ejercicio anterior.

6. Hallar planos π_1 y π_2 perpendiculares entre sí que cumplen las siguientes condiciones (cuando sea posible, dar la ecuación segmentaria de π_2):

a) ambos comparten la traza $\text{tr } xy : 3x + 2y - 2 = 0$ y π_1 pasa por $P(1, 0, 1)$.

b) π_1 tiene traza $\text{tr } xz : 2x - z + 4 = 0$, pasa por $P_1(1, 1, -1)$ y π_2 pasa por P_1 y $P_2(2, 1, 1)$.

c) π_1 contiene a la recta $r_1 : \frac{x+1}{2} = y-1 = \frac{z}{3}$ mientras que π_2 contiene a la recta $r_2 : t(1, 4, 0) + (0, 1, 1)$ y pasa por $P(0, -1, 1)$.

d) ambos contienen a la recta $r : \begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = t - 3 \\ z = -t \end{cases}$ y π_1 pasa por el origen.

e) idem el inciso anterior, pero ahora π_1 pasa por $P(-1, 3, 3)$.

7. Determinar si los siguientes pares de rectas son coplanares o no. En caso afirmativo, determinar el plano que las contiene y dar su ecuación segmentaria. Graficar las rectas y el plano.

a) $r_1 : t(2, 2, 1) + (0, 2, -3)$ y $r_2 : \frac{x}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}$.

b) r_1 pasa por $P_0(3, 3, -1)$ y $P_1(-2, -5, 5)$, y $r_2 : t(-3, -2, 1) + (4, -1, 3)$.

c) $r_1 : x + 2 = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+3}{4}$ y $r_2 : t(-1, 0, 1) + (3, -3, 2)$.