Trabajo Práctico No. 7: Volumen y área de superficies de revolución

1. Considere las siguientes superficies de revolución, determine el eje de rotación y dos curvas generatrices $\mathcal{C}$ contenidas en planos coordenados distintos. Grafique.
   - *a*) $S : z = \sqrt{x^2 + y^2} - 1$.
   - *b*) $S : e^{-(x^2+z^2)} = y$.
   - *c*) $S : \ln(y) + x^2 + z^2 = 0$.
   - *d*) $S : \cos(\sqrt{x^2 + y^2}) = z$.
2. Calcule el volumen de los sólidos correspondientes, obtenidos al girar las siguientes curvas sobre los ejes especificados. Grafique el sólido resultante:
   - *a*) $\mathcal{C} : f(x) = \sqrt{1 + x}$, entre $0 \leq x \leq 4$, alrededor del eje x.
   - *b*) $\mathcal{C} : f(x) = x^2$, entre $0 \leq x \leq 4$, alrededor del eje x.
   - *c*) $\mathcal{C} : f(y) = e^y$, entre $-10 \leq y \leq 10$, alrededor del eje y.
   - *d*) $\mathcal{C} : f(y) = 4 - y^2$, entre $0 \leq y \leq 2$, alrededor del eje y.
   - *e*) $\mathcal{C} : z = y^3$, entre $0 \leq z \leq 1$, alrededor del eje z.
   - *f*) $\mathcal{C} : z = y^3$, entre $0 \leq z \leq 1$, alrededor del eje y.
3. Halle las fórmulas del volumen del cilindro y del cono, de radio R y altura h.
4. Dar las ecuaciones y calcular el área de las superficies indicadas en el ejercicio 2.
5. (*Cuerno de Gabriel* - Torricelli, 1641) Considere la curva $\mathcal{C} : \frac{1}{x}$, con $x \geq 1$, rotando alrededor del eje x.
   - *a*) Dar las ecuaciones de la superficie S de revolución resultante. Grafique.
   - *b*) Calcule el volumen V del sólido correspondiente con $1 \leq x \leq b$.
   - *c*) Calcule el área A de la superficie S con $1 \leq x \leq b$.
   - *d*) Observe que tanto el volumen $V = V(b)$ y el área $A = A(b)$ son funciones de b. Determine los límites de dichas funciones cuando $b \to +\infty$.
   - *e*) ¿Cómo se interpretan los resultados?